

单	位代	码	10006	
学		뮥	39041312	
分	类	号	V231	

北京航空航天大学 BEIHANGU IVERSITY

# 毕业设计(论文)

# 发动机动态特性数模与计算

学院名称_	能源与动力工程学院
专业名称_	飞行器动力工程
学生姓名	李超白
指导教师	单 鹏

2013年6月

# 北京航空航天大學

# 本科生毕业设计(论文)任务书

### I. 毕业设计(论文)题目

发动机动态特性数模与计算

### II. 毕业设计(论文)使用的原始资料(数据)及设计技术要求

[1] Sellers J F, Daniele C J. DYNGEN: A program for calculating steady-state and transient performance of turbojet and turbofan engines[J]. NASA TN D-7901, April 1975.

[2] 单鹏, 兰可, 谢胜百, 孟斐. 多变量多轴多涵道涡喷/涡桨/涡轴推进系统内流特性部件法通用数 学模型 SEnPer 程序说明书[Z]. 北京航空航天大学能源与动力工程学院流体与声学工程实验室, 1992.
[3] 陈大光, 张津. 飞机--发动机性能匹配与优化[M]. 北京航空航天大学出版社, 1990.

### 111. 毕业设计(论文)工作内容

对发动机部件法数学模型进行功能扩充性改进。以 SEnPer 为基础程序,在其已有的对多种形式 发动机的稳态共同工作点进行计算的能力的基础上,通过对牛顿-拉普逊迭代法所用的不平衡残差向 量,进行增加动态项的修改,从而增加计算单轴涡喷发动机动态特性的功能。

#### IV. 主要参考资料

[1] McKinney J S. SIMULATION OF TURBOFAN ENGINE. PART 1. DESCRIPTION OF METHOD AND BALANCING TECHNIQUE[R]. AFAPL-TR-67-125-pt-1, Air Force Aero Propulsion Lab, AD-825197, 1967.

[2] Koenig R W, Fishbach L H. GENENG - A program for Calculating Design and off-Design Performance for Turbojet and Turbofan engines[J]. NASA TN D-6552, 1972.

[3] Fishbach L H, Koenig R W. GENENG II - A program for calculating design and off-design performance of two-and three-spool turbofans with as many as three nozzles[J]. NASA TN D-6553, 1972.

[4] Sellers J F, Daniele C J. DYNGEN: A program for calculating steady-state and transient performance of turbojet and turbofan engines[J]. NASA TN D-7901, April 1975.

[5] 单鹏, 兰可, 谢胜百, 孟斐. 多变量多轴多涵道涡喷/涡桨/涡轴推进系统内流特性部件法通用数 学模型 SEnPer 程序说明书[Z]. 北京航空航天大学能源与动力工程学院流体与声学工程实验室, 1992. [6] 陈大光, 张津. 飞机--发动机性能匹配与优化[M]. 北京航空航天大学出版社, 1990.

[7] 廉筱纯, 吴虎. 航空发动机原理[M]. 西北工业大学出版社, 2005.

- [8] 唐狄毅, 廉小纯. 航空燃气轮机原理[M]. 国防工业出版社, 1990.
- [9] 聂加耶夫,费得洛夫. 航空燃气涡轮发动机原理(下册). 北京:国防工业出版社, 1984.
- [10] 朱行健, 王雪瑜. 燃气轮机工作原理及性能[M]. 科学出版社, 1992.
- [11] 吴大观. 涡轮风扇发动机及其系统的性能研究[M]. 国防工业出版社, 1986.

能源与动力工程\_\_\_\_学院 飞行器动力工程\_\_\_\_\_专业 3 班 学生 李超白\_\_\_\_\_

毕业设计(论文)时间: 2013年3月20日至2013年6月17日

- 答辩时间: <u>2013</u>年<u>6</u>月<u>17</u>日
- 成绩:\_\_\_\_\_
- 指导教师: 单鹏

兼职教师或答疑教师(并指出所负责部分):

\_\_\_\_\_ 系(教研室) 主任 (签字): \_\_\_\_\_



北京航空航天大学毕业设计(论文)

# 本人声明

我声明,本论文及其研究工作是由本人在导师指导下独立完成的,在完成论文时所 利用的一切资料均已在参考文献中列出。

作者:李超白

签字:

时间: 2013 年 6 月 14 日



# 发动机动态特性数模与计算

学 生:李超白

指导教师: 单 鹏

#### 摘要

利用计算机进行对航空涡轮类发动机的总体性能进行数值模拟仿真,是研制新发动 机和研究已经存在的发动机所广泛使用的研究方法。这种方法可以提供航空发动机在稳 态共同工作点中内部气流沿发动机各截面的参数,和这些参数在发动机经历动态过程时 随时间的变化规律,大大减轻实际发动机试验所花费的成本、时间和危险,提供对发动 机性能的初步评估,为研究和优化提供指导,因此具有重要的意义。

本论文对发动机部件法数学模型进行功能扩充性改进。以北京航空航天大学能源与 动力工程学院开发的,基于对部件法数学模型进行平衡计算的计算机程序 SEnPer 为基 础程序,在其已有的对多种形式发动机的稳态共同工作点进行计算的能力的基础上,通 过对牛顿-拉普逊迭代法所用的不平衡残差向量,进行增加转动惯性力项、压气机容积 项和燃烧室容积项的修改,从而新增加了计算单轴涡喷发动机过渡态特性或即动态特性 的功能。

以一台 50kgN 推力的微型单轴涡喷发动机为例,进行了算例计算。结果表明,在所输入的油门杆(或总温)的动态调节计划下,新程序可以完满完成连续的转速上升和转速下降的动态计算,时间延迟的量级符合常规数据。因此本文完成了课题计划所预期的功能改进开发工作。

关键词:涡轮发动机,总体数学模型,部件法,过渡态特性,发动机调节,牛顿下降法



# Mathematical Model Revision and Numerical Simulation of the Dynamic Characteristics of Turbo-Engines

Author: LI Chao-bai

Tutor: SHAN Peng

### Abstract

Using computers to numerically simulate the overall performance of aerospace turbine engines, is a widely used method in developing new engines and researching existing engines. This method provides static or dynamic flow parameters along each section in the flow path of engines either working in steady operation state or experiencing a dynamic process, largely elimates the time, cost and danger in conducting a real engine experiment, evaluates engines' performances preliminarily and instructs further research and optimization, therefore is of great significance.

A revision in extending the function of engine components mathematical model is achieved in this paper. Basing on a program SEnPer developed by School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, which is based on this model and capable of calculating steady-state points of multi-type engines, the function capable of calculating characteristics of a single shaft turbojet operating in transient or dynamic process is added by inserting a rotary inertial force term and volume effect terms of compressor and combustor into the unbalances error vector used by Newton-Raphson iteration method.

Three examples baseing on a 50kgN micro turbojet is calculated. The results show, that this new program is capable of performing dynamic calculations either in increasing or decreasing cases of rotary speed, and giving data of time delays matching empirical data. Therefore, this paper fulfilled the expected extending work in project plan.

**Keywords:** Turbo-Engine, Overall Mathematical Model, Component Maps, Dynamic Characteristics, Engine Adjusting, Newton-Raphson Iteration



# 目 录

1	绪论		.1
	1.1	航空发动机数值模拟仿真的意义与发展	.1
	1.2	本论文的工作	4
	1.3	本论文的结构	. 5
2	SEnl	Per 程序原理	6
	2.1	部件法数学模型	6
	2.2	求解稳态共同工作点的平衡技术	9
	2.3	牛顿-拉普逊迭代法	11
3	在 S	EnPer 基础上增加动态特性计算功能	15
	3.1	发动机动态过程的分析	15
	3.2	发动机动态特性的计算	16
	3.3	对发动机调节计划的补充	19
	3.4	动态特性求解的退出	20
4	动态	特性的计算	21
	4.1	输入文件的结构	21
		4.1.1 稳态和动态调节计划数组	21



		4.1.2	主变量动态调节速率数组2	23
		4.1.3	高、中、低压轴转动惯量2	23
		4.1.4	压气机和燃烧室容腔容积2	24
		4.1.5	动态特性计算控制数组2	24
Z	1.2	算例:	结果与分析	25
		4.2.1	调节涡轮前总温 $T_4^*$ 模拟单一减速过程	26
		4.2.2	调节涡轮前总温 $T_4^*$ 模拟地面试车	30
		4.2.3	比较考虑容积效应与否的影响	33
结	ú	2		35
致	竧	ŧ		36
参考:	文献	ŧ		37



# 图表目录

图	4.2.1-1 涡轮前总温随时间的调节计划	.27
图	4.2.1-2 转速的时间响应	.28
图	4.2.1-3 压气机进口流量的时间响应	.29
图	4.2.1-4 燃烧室功率的时间响应	.29
图	4.2.2-1 涡轮前总温随时间的调节计划	.31
图	4.2.2-2 转速的时间响应	.31
图	4.2.2-3 压气机进口流量的时间响应	.32
图	4.2.2-4 燃烧室功率的时间响应	.32
图	4.2.3-1 考虑容积效应与否对转速响应的影响比较	.33
表材	格 4.2.1-1 选定的调节规律数组	.27
表材	格 4.2.1-2 稳态共同工作点部分参数列表	.27
表材	格 4.2.2-1 选定稳态共同工作点转速	.30
表材	格 4.2.2-2 稳态共同工作点部分参数列表	.30
表材	格 4.2.3-1 考虑容积效应与否对转速响应的影响比较	.34



# 1 绪论

#### 1.1 航空发动机数值模拟仿真的意义与发展

当前,利用计算机进行对航空发动机的数值模拟仿真已经成为广泛使用的研究方法。 通过计算机程序计算,可以给出航空发动机在稳态共同工作点中内部气流沿发动机各截 面的参数,或这些参数在发动机经历动态过程时随时间的变化规律。

对于已经存在或者正在研制的发动机,这种研究方法具有重要的意义。对于已经存 在的发动机,这种研究方法大大减轻了实际发动机试车测量的方法所花费的成本、时间 和危险,还可以获得一些实际实验中难以测量的发动机参数,如涡轮前总温。对于尚在 研制的发动机,使用计算机数值模拟仿真,可以在发动机研制初期评估发动机的性能, 为进一步的研究和改进优化提供指导,并大大降低研制经费和风险,缩短研制周期。

通常,对发动机的压气机、涡轮、燃烧室、喷管等部件可分别建立部件法数学模型, 例如用部件特性图来反映相应的部件特性。对于同一个部件在不同工况下的参数,进 行一定的换算,可找到图上一点,然后通过插值求得待求的其他参数。在求解发动机 在某一工作点时的内部气流参数时,需要确切地知道,发动机各部件此时所处的工况。 以单轴涡喷发动机为例,为了求得发动机在一个工作点的特性,需要求得压气机、涡轮 的工作点在特性图上的位置,使之满足压气机和涡轮间的流量、功率平衡关系,以及二 者的机械转速平衡的三个条件。这一计算过程称为平衡计算。

早在 20 世纪 40 年代,只能由手工进行平衡计算,并使用简化条件才能求得稳态设 计点的参数。

进入 20 世纪 60 年代,美国研制了针对特定涡喷型号的研究程序 SPEEDY。在 SPEEDY 的基础上,发展了可以研究给定结构的涡喷和涡扇的通用程序 CARPET。 SPEEDY 和 CARPET 用于计算发动机循环参数。



60年代初,应美国空军对军用飞机研制的要求,发展了可进行对单轴涡喷发动机平衡计算的程序 SSPOOL。 SSPOOL 利用 CARPET 进行部件特性的计算,具有对单轴涡喷发动机进行设计点和非设计点稳态工作点平衡计算的功能,其算法称为参数循环法。这种方法使用两个嵌套的循环,运行中先使内循环平衡,然后再使外循环平衡。在 SSPOOL 的基础上,发展了用于计算双轴涡扇发动机稳态工作点的程序 DSPOOL,它需要四个嵌套循环,计算时已经很耗费时间。

进入 70 年代,美国发展了利用牛顿 - 拉普逊 (Newton-Raphson) 迭代法进行发动机 平衡计算的程序。以 SMOTE 为起始的这类程序,具有运行时间更少,占用内存更少, 通用性良好等特点。 SMOTE (<u>SiMulation Of Turbofan Engines</u>),具有计算一般化涡喷 发动机在设计点和非设计点的稳态共同工作特性的能力<sup>[1]</sup>。在 SMOTE 上发展了 GENENG 程序,增加了可计算的发动机的类型:单轴和双轴涡喷发动机以及双轴带加 力燃烧室的涡扇发动机<sup>[2]</sup>。在 GENENG 的基础上,发展的 GENENG II 程序,具有计算 三轴三涵道和后置风扇的发动机的能力<sup>[3]</sup>。

以上所提到的程序,虽然可计算的发动机类型极为丰富,但尚不具备计算发动机经 历动态过程的特性的能力。在70年代早期,已经在美国出现了可计算发动机动态过程 的程序,其形式可分为三类:模拟式、数字式和混合式仿真。模拟式和混合式计算机的 主要优点在于,使用了电子放大器实现对微分方程的积分,可模拟发动机的动态过程。 但模拟式计算机使用的电子放大器,虽然适合乘除和积分运算,但进行迭代等运算则速 度较慢。数字式计算机的特点则几乎与此正好相反,其使用的数值积分方法,导致程序 执行时间极长。 混合式计算机将两者的优点结合,但在两种模式的转换需要时间<sup>[4]</sup>。

数字、模拟还是混合仿真三种形式,都具有一个共同缺点。即,需要尽量减少需要 迭代求解的方程的数量。因为这类方程或者会导致模拟式计算机求解困难,或者会导 致在数值积分中数千次地对发动机沿气流流程计算。这样,为了对发动机的动态过程 进行计算,就需要因此在事先作一些假设和近似,以尽力减少迭代求解的过程。这样 的结果是,这类程序的稳态解很容易和完全用于求解稳态点的、在迭代求解中没有使用



任何限制的程序(如 GENENG)不一致。

在 20 世纪 70 年代中期,为了研制垂直起降飞机,需要在发动机研制初期了解发动机的推力响应特性。为了适应这类需求,在 GENENG II 的基础上,发展出具有计算发动机动态特性的功能的程序 DYNGEN。在求解微分方程中 DYNGEN 使用了一种改进的欧拉法,大大提高了求解速度,消除了对迭代方程的数目限制,不再需要作简化条件, 且使得动态过程仿真和稳态共同工作点求解结果较好地符合。此外,DYNGEN 允许在计算中使用较大的时间步长(约 0.1 秒),较于之前的程序为了控制积分精度、保证结果的稳定性,这一改进可大大缩短计算较长时间的动态过程的仿真所耗的时间<sup>[5]</sup>。

在 20 世纪 70 年代后期,出现了一系列"积木式"的发动机特性仿真程序,如 NEPCOMP、NNEP、COTRAN、GETRAN等。 这类程序的适应性更强,可用于结构更 加复杂的发动机,并可适应发动机内部流程图的改变,且多数具有动态仿真能力。

80年代以来,发动机数值模拟仿真程序的一个发展方向是,与控制系统的结合逐渐 剥离。在 DYNGEN 和其前身 SMOTE、GENENG、GENENG II 中,都引用了不同的控 制模式。在 NNEP 中,已经可以进行开环仿真。 另一个发展的方向是在程序中增加反 映发动机的重量、尺寸、成本、寿命、可靠性和强度等指标的功能。

随着计算机仿真一体化设计技术的发展,对发动机进行的分析、设计、实验,从独立于飞行器作为一个子系统进行的设计发展到与飞行器同步设计。这样,对于飞行器对发动机带来的入口畸变等因素,就可以及早考虑。避免过去多次重复设计浪费时间和 经费的缺点。

发动机数值模拟仿真的进一步发展,则引入了对很多细节因素的考虑,使用的数学 模型也需要从低阶精度向高阶精度发展。例如,在发动机的启动过程中,转子和外壳 由于热膨胀系数不同,转子叶片叶尖和外壳的间隙也会发生变化,引起发动机部件特性 的变化。在对发动机经过全面的测试和实验,收集和整理了足够完整的数据后建立的 数据库,是进行这一类研究的基础。在数据库的基础上进行发动机的数值模拟仿真,



称为零维仿真。在零维仿真中,压气机和涡轮的特性图,可直接来源于数据库中的数据。 对于新型号发动机的研究,数据库中的数据可以经过相似性原则进行调用。 20 世纪 80 年代,美国已经能使用零维仿真研究发动机的启动加速特性。

零维仿真技术的缺点在于需要庞大的数据库的支持。这意味着为了收集数据,需要 在发动机的气动特性、安全性、可靠性问题上做大量的实验。由于来自于实验,这些 数据所能涵盖的范围也十分有限,对于发动机在极端工作条件下的特性难以描述,也不 能揭示流场的细节。

#### 1.2 本论文的工作

本论文以北京航空航天大学能源与动力工程学院开发的 SEnPer 程序为基础程序进行研究。

SEnPer 以涡轮类发动机部件法数学模型的平衡技术为基本原理,可完成对三轴三涵 道以下多种常规形式的涡轮类发动机在稳态设计点或非设计点进行总体气动计算的任 务,可对 50 个逻辑上独立的待求工作点进行求解。SEnPer 的关键思路与 GENENG II 相似,例如都使用了部件法数学模型计算发动机部件特性,也都使用牛顿-拉普逊迭代 法作为平衡技术,可以说有异曲同工之妙,但是具有自己的特点,例如在残差向量的选 取上 SEnPer 有独到之处。

本论文在 SEnPer 的基础上,以单轴涡喷发动机为例,向程序补充了动态调节计划和 其他必要参数,修改了原有牛顿-拉普逊方法所用不平衡残差向量的表达式,使得程序 具有了计算发动机介于两个稳态共同工作点之间的动态特性的能力。和 DYNGEN 程序 使用欧拉法求解反映发动机动态过程的常微分方程不同,本论文直接在残差向量的表达 式中补充转动惯性力项、压气机和燃烧室容积项,使原有迭代法求解的过程仍然保留, 但结果的物理意义改变。论文最后以一台推力 50kgN 的微型涡喷为例,通过三个算例计 算,分析了这一方法的可行性,并比较了考虑容积效应与否的对计算结果的影响。



#### 1.3 本论文的结构

本论文分为四章。

第一章为绪论,介绍航空发动机数值仿真的意义和发展,之后介绍本论文的工作, 以及论文的结构。

第二章介绍 SEnPer 程序的基本原理,包括数学模型、平衡技术、迭代算法等。

第三章介绍在 SEnPer 基础上增加发动机动态过程计算功能的新程序。首先对动态过程和稳态共同工作点的求解进行分析比较,然后提出具体的求解原理。最后给出本程序所运用的、计算动态特性所需要的对调节计划进行的补充。

第四章通过三个算例对本文修订的新程序进行分析。首先介绍输入文件的具体结构。 之后以一台50 kgN推力的微型涡喷发动机为例,对其动态特性进行仿真,并比较计算 中考虑容积效应与否在这一例题中的影响。



### 2 SEnPer 程序原理

SEnPer 程序,是一套以国际流行的涡轮类发动机部件法数学模型的平衡技术为基本 原理,基于 FORTRAN 语言编写的计算机科学计算程序,其功能是用于计算发动机在设 计和非设计共同工作点上处于稳态时的内流气动参数,以评估三轴三涵道以下多种形式 的涡轮类发动机的稳态特性。为了简便起见,本章讨论均以几何不可调的单轴涡轮喷气 发动机为例。对于更复杂的发动机结构形式,讨论是相似的。

SEnPer 程序,具有连续计算 50 个稳态共同工作点的能力,使用者可以对这 50 个稳态共同工作点分别赋值。由于这一功能是对单一步骤的循环,所以下文只讨论 SEnPer 求解一个稳态共同工作点的设计和原理。然而值得指出,虽然在稳态共同工作点计算中,这 50 个点设计上是逻辑上相互独立的,但在动态特性计算中则并非如此。

#### 2.1 部件法数学模型

部件法数学模型是 SEnPer 程序中对发动机部件进行仿真的基础。使用这一方法,在 给定相应部件所处的工况的条件的前提下,可方便地求得部件的重要参数。例如,对于 喷管,在已知落压比的条件下求理论流量 $\dot{m}_8$ 和流量系数 $C_8$ 。对于压气机,若已知折合 转速 $n_{\rm K,cor}$ 和增压比 $\pi_{\rm K}^*$ ,可求出压气机流量 $\dot{m}_{\rm K}$ 等。

SEnPer 使用的部件法数学模型由使用者以数组形式输入,主要包括以下几类<sup>[6]</sup>:

进气道特性图:即进气道流量系数 $\varphi$ 、总压恢复系数 $\sigma$ 、附加阻力系数 $C_{x,Add}$ 三个因变量,关于等马赫数曲线的马赫数为自变量的数表;

主燃烧室特性图:即主燃烧室燃烧效率 $\eta_{\text{burner}}$ 为因变量,关于余气系数 $\alpha_{\text{Combustor}}$ 和燃烧室静压 $p_{3,\text{Combustor}}$ 为因变量的数表;

喷管特性图:即喷管理论流量 $\dot{m}_8$ 和流量系数 $C_8$ 为因变量,关于落压比 $p_8^*/p_\infty$ 为自



变量的数表;

涡轮特性图:即涡轮相似流量 $\dot{m}_{T,similar}$ 、相似落压比 $\pi^*_{T,similar}$ 、绝热效率 $\eta_T$ 为因变量,关于等转速曲线的转速坐标 $n_{T,cor}$ 为自变量的数表;

压气机特性图:即压气机相似流量 $\dot{m}_{K,similar}$ 、增压比 $\pi^*_{K,similar}$ 、绝热效率 $\eta_K$ 为自变量,关于等转速曲线的转速坐标 $n_{K,cor}$ 为自变量的数表。

在使用特性图时,SEnPer 大量使用几何尺寸放缩和流量相似等折合计算,使得同一 张特性图的通用性大为提高。为了说明 SEnPer 程序利用以上特性图参数表进行计算的 原理,现以压气机为例说明 SEnPer 程序中查图的步骤。

使用者输入的压气机特性图数据表所反映的压气机,和真实仿真中的压气机的尺寸不同。数据表所反映的数据,和真实仿真中的数据处于不同的工况。于是,需要给出所输入数据的如下参数:特性图数据所反映的压气机直径 $D_{\text{Map}}$ ,特性图数据所使用的参考总压 $P_{2,\text{ref}}^*$ ,特性图数据所使用的参考总压 $P_{2,\text{ref}}^*$ ,然后计算查图系数如下。

对于压气机,首先有几何放型系数:  $K_L = D_{\text{Simulated}}/D_{\text{Map}}$ ,其中 $D_{\text{Simulated}}$ 为待 模拟压气机的直径。

于是,可以推导压气机相似流量和真实流量的关系:

$$\dot{m}_K \frac{\sqrt{T_2^*}}{p_2^*} = \dot{m}_{\mathrm{K,similar}} \frac{\sqrt{T_{2,\mathrm{ref}}^*}}{p_{2,\mathrm{ref}}^*} K_L^2$$

$$\dot{m}_{\mathrm{K,similar}} = \dot{m}_{K} \frac{\sqrt{T_{2}^{*}}}{p_{2}^{*}} \cdot \left(\frac{1}{K_{L}^{2}} \frac{p_{2,\mathrm{ref}}^{*}}{\sqrt{T_{2,\mathrm{ref}}^{*}}}\right) = \dot{m}_{K} \frac{\sqrt{T_{2}^{*}}}{p_{2}^{*}} \cdot \mathrm{CHDM}$$

其中CHDM =  $p_{2,ref}^*/(K_L^2 \cdot \sqrt{T_{2,ref}^*})$  是将真实计算的折合流量查图以求取折合流量



时所需的查图系数,只和压气机特性图所使用的参考工作点( $T_{2,\text{ref}}^*$ ,  $P_{2,\text{ref}}^*$ )以及几何 放型系数 $K_L$ 有关。

类似地,可以给出将实际转速化为压气机特性图上无量纲化的相似转速的系数,因为:

$$\frac{N}{\sqrt{T_2^*}} = \frac{1}{K_L} \cdot \frac{N_{\mathrm{K,cor}}}{\sqrt{T_{2,\mathrm{ref}}^*}} \cdot \frac{N_{\mathrm{K,design,cor}}}{N_{\mathrm{K,design,cor}}}$$
$$\frac{N_{\mathrm{K,cor}}}{N_{\mathrm{K,design,cor}}} = \frac{N}{\sqrt{T_2^*}} \cdot \left(\sqrt{T_{2,\mathrm{ref}}^*} \frac{K_L}{N_{\mathrm{K,design,cor}}}\right) = \frac{N}{\sqrt{T_2^*}} \cdot \mathrm{CHN}$$

所以,

$$\text{CHN} = \frac{K_L}{N_{\text{K,design,cor}}} \sqrt{T_{2,\text{ref}}^*}$$

还有相似增压比查图系数:

$$\pi_K^* = \frac{1}{K_\pi} \pi_{\mathrm{K,similar}}^*$$

$$\pi_{\mathrm{K,similar}}^* = \pi_K^* \cdot K_\pi = \pi_K^* \cdot \mathrm{CHPI}$$

$$CHPI = K_{\pi}$$

其中K<sub>π</sub>是实际压气机的增压比相对于特性图所示压气机的增压比放大系数。

有了以上查图系数后,就可以在程序中根据压气机的任意工况( $N, T_2^*, p_2^*$ ),和 试取增压比 $\pi_K^*$ ,查得流量 $\dot{m}_K$ 等参数,进而求得压气机的功率 $P_C$ 、出口总压 $p_3^*$ ,出口 总温 $T_3^*$ 等。



压气机特性图的查图系数将一个用表格数据表示的压气机特性图和一台真实的压气 机联系起来,并将待求工况和特性图所反映的工况联系起来。 两种压气机的尺寸可以 不同,在设计点的压比和转速也可以不同。这就使得表格数据的通用性大大提高。

这种放缩和折合的做法,在 SEnPer 程序处理发动机其他部件的部件法数学模型时也 可看到。 这种处理方式,减少了特性图的数据量,对于现有的发动机部件特性不能精 确地显示。 但对于发动机研制初期、没有足够充分的数据资料可供参考的情况下,可 给出参考结果,却是十分有意义的。

#### 2.2 求解稳态共同工作点的平衡技术

发动机在一个共同工作点处于稳定的状态,即处于稳态共同工作点,需要满足如下 条件,称为平衡条件:

(1)压气机转速等于涡轮转速。压气机和涡轮安装在同一个轴上。从机械的角度看, 压气机和涡轮的转速必须是一致的。

(2)涡轮产生的功率等于压气机消耗的功率。由于发动机处于稳态,转子转速 $n_H$ 必然保持恒定。在不考虑发动机轴的机械效率和用于各种附件的功率的前提下,涡轮产生的功率 $P_T$ 必然全部被压气机的功率 $P_K$ 所吸收。 否则,涡轮的剩余功率  $\Delta P = P_T - P_K$ 将被转子吸收,体现为 $n_H$ 的增加。这一关系实际上是能量守恒关系。

(3)通过涡轮的流量等于通过压气机的流量。在不考虑燃烧室燃油质量流量前<sub>f</sub>和 压气机放气、飞机引气、冷却流量等的前提下,涡轮进口流量和压气机出口流量必然相等。这一关系实际上是质量守恒关系。

根据发动机部件法数学模型,可以沿流程进行计算,求出发动机各部件在某种工况下的参数。例如,假如给定发动机进口气流参数,可以求出进气道出口总压 $p_2^*$ 和总温 $T_2^*$ 。 又给定转子转速 $n_H$ 和压气机增压比 $\pi_K^*$ ,借助发动机部件法数学模型,可求得压气机功



率 $P_K$ 和流量 $m_K$ 。根据燃烧室燃烧效率 $\eta_{\text{Burner}}$ 和油气比 $f_{\text{Burner}}$ ,可以确定燃烧室出口 气流参数,进一步确定涡轮前气流参数 $T_4^*$ 、 $p_4^*$ 。又根据转子转速 $n_H$ ,给定涡轮落压比 $\pi_T^*$ , 可以求出涡轮功率 $P_T$ 和流量 $m_T$ ,以及涡轮后的总压 $p_5^*$ 、总温 $T_5^*$ 和流量 $m_5$ 。最后根据 喷管的落压比 $p_8^*/p_\infty$ ,可确定喷管的真实流量 $m_8$ 和喷管出口气流的参数。

然而,读者应当注意到,这种方式所求得的发动机工作点,是一般不能满足以上三 条平衡条件的。这是因为在沿流程进行计算时,事先必然缺乏对π<sup>\*</sup><sub>K</sub>、π<sup>\*</sup><sub>T</sub>的了解,故不 能确定压气机和涡轮的工作点,也不能确定涡轮前气流参数T<sup>\*</sup><sub>4</sub>。这样为了计算的连贯性, 就不得不事先给这几个量选取猜测的值。计算完成后,以上三条平衡条件所要求的三组 量一般不能同时相等,而是互相存在偏差。

为了求得发动机各部件的工作点,使得沿发动机气流流程计算得到的结果符合平衡 条件,换句话说,为了选取在发动机沿流程计算中这些不确定量的值,使得沿流程计算 的结果满足平衡条件而需要的技术,称为平衡技术。

SEnPer 中采用的平衡技术称为牛顿-拉普逊迭代法。这种方法允许使用者在与发动 机相关的 22 个控制量中进行选择和分类,设定主调节变量、试取变量和非自由变量, 指导迭代算法对控制量的调节,以适应不同具体问题的求解。这种对控制量的分类,称 为调节规律。

主调节变量,指的是在迭代过程中值保持不变的量。这些变量体现了求解关于发动 机特性问题时的约束或者要求。

试取变量,指的是程序将按照一定的规律试取值,使得发动机满足平衡条件的变量。 这些变量就是前文所述的,在发动机沿流程计算中事先无法确定其值的量。

非自由变量,指其值在迭代过程中由前两类变量所决定而变化的量。

在 SEnPer 程序中,对于单轴的涡喷发动机,可供选择的控制量有 6 个: n<sub>H</sub> (转子



转速), $\pi_K^*$ (压气机总增压比), $f_{\text{Burner}}$ (燃烧室油气比), $T_4^*$ (涡轮前总温), $\pi_T^*$ (涡轮总落压比), $A_8$ (喷管喉道面积)。

例如,对于一台几何不可调的单轴涡喷发动机,我们可以选择 $n_H$ 为主调节变量,指定具体值。由于发动机喷管喉道面积不可调,所以 $A_8$ 也是主调节变量。需要程序进行试取的试取变量有 $f_{\text{Burner}}$ ,  $\pi_K^*$ 、 $\pi_T^*$ 。 $T_4^*$ 为非自由变量,由计算所决定。本章稍后的论述将以此为例。

#### 2.3 牛顿-拉普逊迭代法

在 SEnPer 中,对每次试取后进行发动机沿流程计算的结果进行检查,所用的检查方程如下有三。下标"Simulated"表示来自其他部件计算所得的值,用下标"Map"表示来自部件特性图的查图结果。

(1) 涡轮和压气机流量平衡方程

$$\left(\frac{\dot{m_4}\sqrt{T_4^*}}{p_4^*}\right)_{\text{Simulated}} = \left(\frac{\dot{m_4}\sqrt{T_4^*}}{p_4^*}\right)_{\text{Map}}$$
(2.3.1)

(2) 涡轮和压气机功率平衡方程

$$\left(\frac{1}{1+\eta}\left(\frac{L_{KT}}{T_{2}^{*}}\right)_{\text{Simulated}}\right) = \left(\frac{L_{KK}}{T_{2}^{*}}\right)_{\text{Map}}$$
 (2.3.2)

(3) 涡轮和尾喷管流量平衡方程

$$\left(\frac{\dot{m_8}\sqrt{T_5^*}}{p_8^*}\right)_{\rm Map} = \left(\frac{\dot{m_8}\sqrt{T_5^*}}{p_8^*}\right)_{\rm Simulated}$$
(2.3.3)

在 SEnPer 中,涡轮和压气机始终使用同样的转速<sup>n</sup>H计算,因此 2.2 节提到的平衡 条件中的转速平衡条件始终得以满足。现在假设试取结果同时满足以上三个检查方程, 则由方程(2.3.2),可知满足平衡条件中的功率平衡条件。 由方程(2.3.1)和方程(2.3.3),



可确定真实通过涡轮的流量,且保证其与压气机流量平衡,故满足平衡条件中的功率平 衡条件。

由于在大多数情况下,一次试取的结果不能满足三个检查方程的条件,所以需要第二次、第三次……试取。我们的目标是,经过k次试取,最终找到一组试取值,例如 $(f_{\text{Burner}}, \pi_K^*, \pi_T^*)^{(k+1)}$ ,使得三个检查方程等号两边的差为零。这样,我们就可以认为,已经求得了发动机在稳态时的共同工作点。

记残差向量 $\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \end{pmatrix}^T$ ,其定义为:

$$\begin{cases} z_1 = \left(\frac{\dot{m}_4 \sqrt{T_4^*}}{p_4^*}\right)_{\text{Simulated}} - \left(\frac{\dot{m}_4 \sqrt{T_4^*}}{p_4^*}\right)_{\text{Map}} \\ z_2 = \left(\frac{1}{1+\eta} \left(\frac{L_{KT}}{T_2^*}\right)_{\text{Simulated}}\right) - \left(\frac{L_{KK}}{T_2^*}\right)_{\text{Map}} \\ z_3 = \left(\frac{\dot{m}_8 \sqrt{T_5^*}}{p_8^*}\right)_{\text{Map}} - \left(\frac{\dot{m}_8 \sqrt{T_5^*}}{p_8^*}\right)_{\text{Simulated}} \end{cases}$$
(2.3.4)

则我们的目的可表示为,寻找一个试取值向量 $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} f_{\text{Burner}} & \pi_K^* & \pi_T^* \end{pmatrix}^T$ ,使得 $\mathbf{Z} = \mathbf{0}$ 。

注意到,Z是试取值向量的函数。即:

$$\mathbf{Z} = F(\mathbf{X})$$

所以我们的目标就是求解如下方程组:

$$F(\mathbf{X}) = \mathbf{0}$$

这一方程组是多元非线性方程组。在 SEnPer 中,使用牛顿-拉普逊方法求解,叙述如下:

一般地,记第*k*次试取值向量为 $\mathbf{X}^{(k)} = \begin{pmatrix} x_1^{(k)} & x_2^{(k)} & x_3^{(k)} \end{pmatrix}^T$ ,及由此求出第*k*次残 差向量为 $\mathbf{Z}^{(k)} = \begin{pmatrix} z_1^{(k)} & z_2^{(k)} & z_3^{(k)} \end{pmatrix}^T$ 。则我们希望找出试取值向量的增量 $\Delta \mathbf{X}^{(k)}$ ,并



求得第k + 1次试取值 $\mathbf{X}^{(k+1)} = \mathbf{X}^{(k)} + \Delta \mathbf{X}^{(k)}$ ,使得第k + 1次的残差向量 $\mathbf{Z}^{(k+1)} = \mathbf{0}$ 。

为了达到这一目的,我们可以寻找 $\Delta \mathbf{Z}^{(k+1)}$ 和 $\Delta \mathbf{X}^{(k)}$ 的关系。这里

$$\Delta \mathbf{Z}^{(k)} = \mathbf{Z}^{(k+1)} - \mathbf{Z}^{(k)}$$

应用偏微分的概念,我们将 $\mathbf{Z} = F(\mathbf{X})$ 在 $\mathbf{X}^{(k)}$ 点线性化,得到:

$$\begin{bmatrix} \Delta z_1^{(k)} \\ \Delta z_2^{(k)} \\ \Delta z_3^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial x_1} & \frac{\partial z_1}{\partial x_2} & \frac{\partial z_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial z_2}{\partial x_1} & \frac{\partial z_2}{\partial x_2} & \frac{\partial z_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial z_3}{\partial x_1} & \frac{\partial z_3}{\partial x_2} & \frac{\partial z_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(k)} \\ \Delta x_2^{(k)} \\ \Delta x_3^{(k)} \end{bmatrix}$$
(2.3.5)

或简写为:

$$\Delta \mathbf{Z}^{(k)} = A \Delta \mathbf{X}^{(k)} \tag{2.3.6}$$

上式中的3 × 3偏导数矩阵*A*称为雅克比矩阵(Jacobian Matrix)。其各项的值用数值 方法确定。在已知第*k*次计算的基础上,首先选取一个试探增量 $\Delta \mathbf{X}_{T1}^{(k)} = (\Delta h_1 \ 0 \ 0)^T$ , 其中 $\Delta h_1 = x_1 - x_1^{(k)}$ 。将这一增量代入式(2.3.5),可得到全部的 $z_i$  (i = 1, 2, 3)对 $x_1$ 的 偏导数值,因为:

$$\begin{bmatrix} \Delta z_{1.T1}^{(k)} \\ \Delta z_{2.T1}^{(k)} \\ \Delta z_{3.T1}^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial x_1} & \frac{\partial z_1}{\partial x_2} & \frac{\partial z_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial z_2}{\partial x_1} & \frac{\partial z_2}{\partial x_2} & \frac{\partial z_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial z_3}{\partial x_1} & \frac{\partial z_3}{\partial x_2} & \frac{\partial z_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial x_1} \Delta h_1 \\ \frac{\partial z_2}{\partial x_1} \Delta h_1 \\ \frac{\partial z_3}{\partial x_1} \Delta h_1 \end{bmatrix}$$

可求出:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial x_1} & \frac{\partial z_2}{\partial x_1} & \frac{\partial z_3}{\partial x_1} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \frac{\Delta z_{1.T1}^{(k)}}{\Delta h_1} & \frac{\Delta z_{2.T1}^{(k)}}{\Delta h_1} & \frac{\Delta z_{3.T1}^{(k)}}{\Delta h_1} \end{pmatrix}^T$$



$$\Delta \mathbf{Z}^{(k)} = \mathbf{Z}^{(k+1)} - \mathbf{Z}^{(k)} = -\mathbf{Z}^{(k)}$$

将此式代回式(2.3.6),可得到:

$$A\Delta \mathbf{X}^{(k)} = -\mathbf{Z}^{(k)}$$

我们需要求得矩阵A的逆 $A^{-1}$ ,因为这样,就有:

$$\Delta \mathbf{X}^{(k)} = A^{-1}(-\mathbf{Z}^{(k)})$$

最后得到新的试取值:

$$\mathbf{X}^{(k+1)} = \mathbf{X}^{(k)} + \Delta \mathbf{X}^{(k)}$$

这就是下一次迭代所需要的试取值。如果方程组*F*是线性的,这一步迭代可使得  $\mathbf{Z}^{(k+1)} = \mathbf{0}$ 。然而*F*在这一问题中表现为复杂的非线性方程组,故需要多次迭代。从实 际程序的稳定性和时间考虑,只需要选择一个足够小的 $\varepsilon > 0$ ,使得在多次迭代后,对 于**Z**的各分量*z*<sub>i</sub>均有:

$$|z_i| < \varepsilon$$

即可认为已经求得稳态共同工作点而退出计算。



# 3 在 SEnPer 基础上增加动态特性计算功能

航空燃气涡轮发动机的动态过程包括启动、加速、减速、接通加力、切断加力等非 稳定的工作状态<sup>[7]</sup>。对航空燃气涡轮发动机动态特性进行数值模拟的任务,就是计算发 动机在动态过程中各截面气流参数和其他参数随时间的变化规律。

为了进行发动机动态特性的数值模拟,在只能计算稳态共同工作点的 SEnPer 的基础 上,进行修改,使得程序经过补充一部分输入后,认为相邻两个稳态共同工作点之间存 在某种调节计划,以便进行从前一个稳态共同工作点向后一个稳态共同工作点的连续动 态特性计算。其计算结果可以用*N* – *t*图显示为转速随时间的变化曲线。

#### 3.1 发动机动态过程的分析

仍然以一个典型的几何不可调的涡轮喷气发动机为例,分析其加速过程。

发动机处于一个稳态共同工作点时,发动机供油量不随时间变化,油气比 $f_{\text{Burner}}$ 保持恒定。 当飞行员操纵油门杆或发动机控制器动作改变供油量的时候,供油量迅速增大超过稳态时的供油量。此时,涡轮前总温 $T_4^*$ 迅速增加,涡轮功率 $P_T$ 大于压气机 $P_C$ 的功率,剩余功率 $\Delta P = P_T - P_K$ 导致转子转速增加,发动机的其他参数也随之变化。转速增加后,压气机消耗的功率也随之增加。转子获得的剩余功率逐渐减少。 最后,当压气机和涡轮的功率再度平衡时,加速过程停止,发动机在另一个稳态共同工作点稳定下来。

注意到,严格地说,航空燃气涡轮发动机在动态过程中的部件的数学模型,和处于 稳态共同工作点时是有区别的。 动态过程中气流本身具有非定常性、部件在动态过程 中和气流的热交换、叶片和壁面之间的间隙变化等原因,都会导致压气机、燃烧室、涡 轮等部件的部件特性图发生变化。

然而另一方面,以上变化的影响又可以认为是对于工程计算可以忽略的。发动机转



速的变化大约需要几秒到几十秒的时间。如果压气机可调,现代发动机调节叶片角度的 速度也比发动机转子转速的变化快得多。相比之下,气流中的一个空气微团从进气道进 入发动机到从尾喷管离开发动机只需要几十毫秒的时间。所以,可以认为发动机部件内 的气体参数的变化,沿轴向传播的影响是瞬时完成的<sup>[8]</sup>。

这样,对于发动机动态特性的计算,仍然可以使用用于稳态共同工作点的发动机部 件特性图。在 SEnPer 程序中,这意味着可以不必修改通过查压气机、涡轮、燃烧室和 喷管特性图和插值、换算而求算各部件特性的程序。

然而,不能忽视的是发动机各部件内气体参数自身随时间的变化。这与压力沿轴向 的传播是不同的概念。 例如,考虑一个处于发动机中的空腔(如燃烧室),其内部的总 压在动态过程中逐渐升高。 可以认为,在这一过程中的任意时刻,沿发动机轴向,空 腔内的总压保持一致。这是由上一段的论述说明的。 但是在任意t到t + dt时刻,空腔 内的总压由 $p^*$ 增加到了 $p^*$  + d $p^*$ 。 这一变化导致空腔内的气体质量增加,使得发动机 在沿流程计算时必须认识到,空腔出口比进口的流量要有一个减少量:

$$\Delta \dot{m} = -\frac{V}{kRT^*} \cdot \frac{\mathrm{d}p^*}{\mathrm{d}t}$$

其中V为空腔的容积, T\*和p\*分别为空腔出口或入口的气流总温和总压。这一效应可称 为容积效应。

#### 3.2 发动机动态特性的计算

利用 SEnPer 具有通过试取而求得发动机处于一个稳态共同工作点的能力,可以通过 修改残差向量Z的定义式(2.3.4),使得通过试取而获得的结果的物理意义改变,成为发 动机动态过程的中间工作点。

首先以残差向量中的 $z_2$ 为例,说明这一论述的根据。经过 SEnPer 的试取求解,当 $z_2 = 0$ 时,有:



$$\left(\frac{1}{1+\eta}\left(\frac{L_{KT}}{T_2^*}\right)_{\text{Simulated}}\right) = \left(\frac{L_{KK}}{T_2^*}\right)_{\text{Map}}$$

以上方程的左边为根据发动机沿气流流程计算出的涡轮参数算得的折合功率。方程 右边为根据试取参数查压气机特性图求得的压气机折合功率。 $z_2 = 0$ 的满足体现了压气 机和涡轮的功率平衡关系。 发动机处于动态过程时,压气机和涡轮功率不平衡。 涡轮 的剩余功率 $\Delta P = P_T - P_K > 0(< 0)$ ,将被发动机转子吸收,导致发动机转子加速 (减速)。

因此,如同物理学上处理非惯性参考系中的牛顿力学问题而引入惯性加速度这一概 念的方法,可在压气机和涡轮的功率平衡方程中,引入转子动力学项:

$$P_T - P_K = \left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 J n_H \frac{\mathrm{d}n_H}{\mathrm{d}t}$$

其中.*J*为转子的转动惯量。在所有量都为国际单位制时,*N*为以 RPM (Revolution Per Minute,转每分)为单位的转子角速度。

以上方程并没有考虑折合流量等问题。适用于 SEnPer 的z<sub>2</sub>残差向量的推导如下。因为,

$$z_2 = \left(\frac{1}{1+\eta} \left(\frac{L_{KT}}{T_2^*}\right)_{\text{Simulated}}\right) - \left(\frac{L_{KK}}{T_2^*}\right)_{\text{Map}}$$

则方程两边同乘以来自发动机气流流程计算得到的 $\dot{m}_2T_2^*$ ,得到:

$$\dot{m}_2 T_2^* z_2 = (\frac{\dot{m}_2 L_{KT}}{1+\eta})_{\text{Simulated}} - (\dot{m}_2 L_{KK})_{\text{Map}} = (\frac{P_T}{1+\eta})_{\text{Simulated}} - (P_K)_{\text{Map}}$$

在方程右端加上动态项 $\left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 Jn_H \frac{\mathrm{d}n_H}{\mathrm{d}t}$ ,则有:



两边除回 $\dot{m}_2T_2^*$ ,  $z_2$ 为:

$$z_{2} = \left(\frac{1}{1+\eta} \left(\frac{L_{KT}}{T_{2}^{*}}\right)_{\text{Simulated}}\right) - \left(\frac{L_{KK}}{T_{2}^{*}}\right)_{\text{Map}} - \left(\frac{2\pi}{60}\right)^{2} \frac{1}{\dot{m}_{2}T_{2}^{*}} J n_{H} \frac{\mathrm{d}n_{H}}{\mathrm{d}t}$$

式中最右一项即为修改 SEnPer 程序所添加于z2残差项表达式的动态项。

类似地,我们有对于*z*<sub>1</sub>项的修改,即添加容腔效应项。 压气机和燃烧室部分的容积 效应导致实际流量在涡轮上减少的量为:

$$\Delta \dot{m}_4 = -\sum_i \frac{V_i}{k_i R_i T_i^*} \frac{\mathrm{d} p_i^*}{\mathrm{d} t}$$

其中下标*i*代表沿发动机气流流程计算, 计入容积效应的各项。对于总压*p*<sub>i</sub>\*和总温*T*<sub>i</sub>\* 项,取对应部件的出口气流参数。 负号表示, 当涡轮前各部件内总压增加时, 流经涡 轮的流量有减少量。 对于 SEnPer 的修改, 只考虑燃烧室和压气机的容积效应, 所以上 式化为:

$$\Delta \dot{m}_4 = -\frac{V_K}{kRT_3^*} \frac{\mathrm{d}p_3^*}{\mathrm{d}t} - \frac{V_{\mathrm{Comb.}}}{k_g R_g T_4^*} \frac{\mathrm{d}p_4^*}{\mathrm{d}t}$$

其中k,  $k_g$ 分别是空气和燃气的绝热指数, R和 $R_g$ 分别是空气和燃气的气体常数。 $V_K$ 和 $V_{\text{Comb}}$ 分别是压气机和燃烧室的容积。

在求出 $\Delta \dot{m}_4$ 之后,我们希望用这一变量修正残差向量中的 $z_1$ :

$$z_1 = \left(\frac{(\dot{m_4} + \Delta \dot{m_4})\sqrt{T_4^*}}{p_4^*}\right)_{\text{Simulated}} - \left(\frac{\dot{m_4}\sqrt{T_4^*}}{p_4^*}\right)_{\text{Map}}$$



但是实际在程序中计算 $z_1$ 时,是先根据前面的计算求出 $(\dot{m}_4\sqrt{T_4^*}/p_4^*)_{\text{Simulated}}$ ,然后求出 $\dot{m}_4$ 的。所以需要将 $\Delta \dot{m}_4$ 折合为相似流量,加入到 $z_1$ 中:

$$z_1 = \left[ \left( \frac{\dot{m_4}\sqrt{T_4^*}}{p_4^*} \right)_{\text{Simulated}} + \frac{\Delta \dot{m_4}\sqrt{T_4^*}}{p_4^*} \right] - \left( \frac{\dot{m_4}\sqrt{T_4^*}}{p_4^*} \right)_{\text{Map}}$$

对于残差 $z_3$ ,因为作用是比较涡轮和喷管流量平衡,所以也应当如上处理。实际上,因为 $z_3$ 的计算使用了 $\dot{m}_8$ ,而 $\dot{m}_8$ 的计算使用的是经过 $\Delta \dot{m}_4$ 修正过的 $\dot{m}_4$ ,所以 $z_3$ 的表达式不予修改。

最后指出,在实际运行中在每次计算残差向量时,程序使用有限时间步长 $\Delta t$ 代替残 差项表达式中的dt。 d $n_H$ 使用 $n_{H,\text{Test}}^{(k+1)} - n_H^{(k)}$ 代替,d $p_3^*$ 用 $p_{3,\text{Test}}^{*,(k+1)} - p_3^{*,(k)}$ 代替,d $p_4^*$ 用  $p_{4,\text{Test}}^{*,(k+1)} - p_4^{*,(k)}$ 代替,其中 $\left(n_{H,\text{Test}}^{(k+1)} \ p_{3,\text{Test}}^{*,(k+1)} \ p_{4,\text{Test}}^{*,(k+1)}\right)^T$ 为在第k次迭代求得动态工 作点之后,程序为第k + 1次迭代选择的试取值向量。

#### 3.3 发动机稳态调节规律的替换和动态调节计划的补充

注意到,在本章上一节最后表述中提到了,需要 $n_H$ 的一个试取值。在 2.2 节中,我 们以几何不可调的单轴涡喷发动机为例,选取了主调节变量为 $n_H$ 、 $A_8$ ,试取变量为  $f_{\text{Burner}}$ , $\pi_K^*$ 、 $\pi_T^*$ ,非自由变量为 $T_4^*$ 。亦即,使用者在稳态共同工作点计算中,指定 了计算中发动机转子应具有的转速 $n_H$ ,在迭代中, $n_H$ 的值保持不变。显然,这一设定 是不适合求解发动机动态特性的。因为我们的目的之一就是通过程序的试取和迭代, 求出N随时间变化的曲线。

从另一方面看,对于几何不可调的单轴涡喷发动机,动态过程中选择油气比f<sub>Burner</sub> 为试取变量也是不合适的。发动机从一个稳态工作点经历动态过程到达另一个稳态工作 点,发生这一过程必然存在外部的诱因,例如驾驶员或者发动机控制器调节了油门,导 致f<sub>Burner</sub>发生变化。这种诱因应属于已知的条件。所以f<sub>Burner</sub>应当选择为主调节变量。



由此看出,计算发动机稳态共同工作点和动态特性两种情况,有着不同的调节规律 需求。并且为了发动机动态特性得以计算,我们必须额外补充至少一个主调节变量随时 间的调节计划。

为了不使程序过于繁杂,在修改 SEnPer 程序时,补充条件认为,相邻两个已经求出的稳态共同工作点成为一段动态过程的起点和终点。动态特性计算中使用动态调节规律 代替稳态共同工作点计算过程中使用的稳态调节规律。对于动态调节规律中的主调节变 量,使用已知的调节计划将之由起点的值随时间增加到终点的值。

修改后的 SEnPer 中简单地使用线性关系模拟主调节变量的调节计划。认为所有主调 节变量以各自恒定的速率从起点值增长或者减小,当达到终点值之后,保持不变。 为 此, 需要在 SEnPer 中补充所有可能的主调节变量关于时间的调节速率:  $k(i) i \in \{n_H, \pi_K^*, f_{\text{Burner}}, T_4^*, \pi_T^*, A_8\}$ 。

以 $f_{\text{Burner}}$ 为例具体说明。假设第j个和第j + 1个稳态共同工作点上的 $f_{\text{Burner}}^{(j)}$ 和 $f_{\text{Burner}}^{(j+1)}$ 已经求出, $\Delta t$ 为时间步长,则在j到j + 1之间的第n个动态点上, $f_{\text{Burner}}$ 由下式确定。

$$f_{\text{Burner}}^{(j,n\Delta t)} = \begin{cases} \min[f_{\text{Burner}}^{(j)} + |k(f_{\text{Burner}})| \cdot n\Delta t, f_{\text{Burner}}^{(j+1)}] & f_{\text{Burner}}^{(j)} < f_{\text{Burner}}^{(j+1)} \\ \max[f_{\text{Burner}}^{(j)} - |k(f_{\text{Burner}})| \cdot n\Delta t, f_{\text{Burner}}^{(j+1)}] & f_{\text{Burner}}^{(j)} > f_{\text{Burner}}^{(j+1)} \end{cases}$$

#### 3.4 动态特性求解的退出

程序在计算动态特性中,以转子的加速度 $a = (n_H^{(k+1)} - n_H^{(k)})/\Delta t$ 作为判据。 给定误差 $\varepsilon > 0$ ,则当连续若干次满足 $|a| < \varepsilon$ 时,认为转子已经趋于稳定,即动态特性计算完毕。

为了避免在迭代不收敛时陷入无限循环,另外设置 $T_{max}$ ,当 $n\Delta t > T_{max}$ ,即不再计算。



# 4 动态特性的计算

本章首先进一步介绍修改后的 SEnPer 程序所需要的输入文件的格式。之后举例介绍 对修改后的 SEnPer 程序进行实际运行所产生的运算结果。

#### 4.1 输入文件的结构

#### 4.1.1 稳态和动态调节规律数组

调节规律数组,是指导 SEnPer 程序在应用牛顿 - 拉普逊迭代法之前,将调节发动机 的 22 个主变量,分类为主调节变量、试取变量和非自由变量三类的数组。调节数组记 录了稳态共同工作点的计算或动态特性的计算中,对发动机 22 个主变量的分类情况。在 2.2 节中提到了这三类变量的意义: 主调节变量,指的是在迭代过程中值保持不变的量。 试取变量,指程序将按照一定的规律试取其值,使得发动机满足平衡条件的量。 非自 由变量,指其值在迭代过程中由前两类变量所决定而变化的量。

22 个变量依次分别为<sup>[6]</sup>:

- 1.  $\varphi_{in}$ ,不允许发生亚声速溢流和超声速溢流的发动机进气道的流量系数,
- 2.  $n_F$ ,风扇轴机械转速,
- 3.  $n_B$ , 中压轴机械转速,
- 4.  $n_H$ , 高压轴机械转速,
- 5.  $\pi_{KF}^*$ ,风扇部件的(内外涵平均的)增压比,
- 6.  $\pi_{KB}^*$ ,中压压气机部件(内外涵平均的)增压比,
- 7.  $\pi_{KH}^*$ , 高压压气机部件(内外涵平均的)增压比,



- 8.  $\alpha_{FB}$ ,风扇涵道与中压涵道之间涵道比,
- 9. A'<sub>8</sub>,风扇涵道与中压涵道之间的外涵喷管喉道面积,
- 10. *α<sub>BH</sub>*, 中压涵道与高压涵道之间涵道比,
- 11. A'<sub>11</sub>,中压涵道与高压涵道之间的外涵喷管喉道面积,
- 12.  $f_{\text{Burner}}$ , 主燃烧室油气比
- 13.  $T_4^*$ , 高压涡轮前总温
- 14.  $T_{43}^*$ , 中压涡轮前总温,
- 15.  $T_{46}^*$ , 低压涡轮前总温,
- 16.  $\pi_{TH}^*$ , 高压涡轮落压比,
- 17.  $\pi^*_{TB}$ , 中压涡轮落压比,
- 18.  $\pi^*_{TF}$ , 低压涡轮落压比,
- 19. A<sub>41</sub>, 高压涡轮静子喉道面积,
- 20. A<sub>44</sub>,中压涡轮静子喉道面积,
- 21. A<sub>47</sub>,低压涡轮静子喉道面积,
- 22. A<sub>8</sub>, 尾喷管喉道面积。
- 在 3.3 节提到,修改后的 SEnPer 程序需要对稳态共同工作点计算和动态特性计算应



用不同的调节规律数组。 在输入文件中,稳态共同工作点的调节规律数组命名为 STCKM,动态过程调节规律数组命名为DYNKM。

STCKM(i, j)和DYNKM(i, j)数组,分别是22×50元和22×49元的二维数组。 对于给定的*j*,STCKM的意义是,记录第*j*个待计算的稳态工作点上,在调节规律中 对第*i*个变量的分类。在DYNKM中,这一意义是,记录在第*j*到第*j*+1个待计算的 动态过程中,在调节规律中对第*i*个变量的分类。

为了具体指定一个主变量的分类,需要在数组中赋值时遵循如下规则: 设置为 0, 将这一变量分类为主调节变量。 设置为-1,将这一变量分类为非自由变量。 设置为大 于 0 的整数,将这一变量分类为试取变量。 需要额外注意的是,在这种情况下赋值时, 对于全部试取变量的分类赋值要选择 1 到 9 范围中的最小连续值段。 例如对于 3 个试 取变量的情况,应使用 1、2、3 进行赋值。又例如对于 6 个试取变量的情况,应使用 1、 2、3、4、5、6 赋值。

#### 4.1.2 主变量动态调节速率数组

在 3.3 一章提到,对于动态过程中不断改变的主调节变量,需要将之按照一定的调节计划,从位于起始稳态共同工作点的值随时间增加或减小到位于终止稳态共同工作点的值。这一过程中程序认为这些变量的变化率恒定,变量随时间线性增加或减小。

主变量调节速率数组,在程序中记为 DYVSPD,用于存储 22 个主变量的变化速率, 其单位是各对应主变量的单位与时间单位(秒)的比。

#### 4.1.3 高、中、低压轴转动惯量

输入文件中使用三个变量: DYJH、DYJB、DYJF,分别对高压轴、中压轴、低压轴的转动惯量进行输入。

对于本程序,转动惯量的单位是kg·m<sup>2</sup>。



#### 4.1.4 压气机和燃烧室容腔容积

输入文件中使用两个变量: DYVCPR、DYVCBR,分别对应输入压气机和燃烧室的 容积。

对于本程序,容腔容积的单位是m<sup>3</sup>。

#### 4.1.5 动态特性计算控制数组

输入文件可以分别控制 1 - 50 个点中每相邻两点(记作 *j*和 *j* + 1点, *j*为 1 到 49 之间包含边界的一个整数)共 49 个点的动态过程的计算。这一数组需要记录每个动态过程的如下参数:

- 1. 是否进行可能的动态特性的计算。
- 2.  $\Delta t$ , 动态特性计算中选择的时间步长。
- 3.  $\varepsilon_n$ ,为了启动动态特性的迭代计算,要求需要j到j+1点的转速差 $|n^{(j+1)} n^{(j)}| \ge \varepsilon_n$ ,
- 4.  $k_1$ ,如果启动动态特性的计算,但是转速差 $|n^{(j+1)} n^{(j)}| < \varepsilon_n$ ,此时以为j和 j + 1两点相同,两点之间的n-t曲线直接用水平直线段表示。水平直线段的长 度(即时间)由 $k_1$ 个 $\Delta t$ 构成。
- 5.  $\varepsilon_a$ , 意义见下一条,
- 6.  $k_2$ , 为了退出计算设定转子加速度连续 $k_2$ 次满足 $\left|\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}\right| < \varepsilon_a$ 条件时退出,
- 7. k<sub>3</sub>,如果当前动态特性的迭代计算迭代超过了k<sub>3</sub>次,就直接退出。



用于进行以上输入的数组在输入文件中命名为 DYCTRL, DYCTRL(*i*, *j*)是7 × 49 元的二维数组。

#### 4.2 算例结果与分析

本论文以下均以一台推力50 kgN级的微型几何不可调单转子涡喷发动机为例进行 动态特性的数值模拟计算。该发动机额定转速(100%转速)为103678 RPM,喷管喉 道面积 $A_8 = 0.0011184 \text{ m}^2$ 。

在计算中,对于容积效应,只考虑此发动机的燃烧室部分容积。为了简化考虑,燃烧室的容积简化成两个同心圆柱体之间的容积。燃烧室长度*l* = 148.419mm,大径 *D* = 158.69mm,小径*d* = 17mm,容积为:

$$V_{\text{Comb.}} = \frac{\pi l}{4} (D^2 - d^2)$$
  
=  $\frac{3.1416 \times 148.419}{4} (158.69^2 - 17^2)$   
 $\approx 2.90 \times 10^6 \text{ mm}^3 = 2.90 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ 

转动惯量的估计如下。此发动机转子总质量为1735g,其中压气机叶轮质量672g, 涡轮叶轮648g,轴和其他附件总质量415g。压气机的材料为超硬铝合金 LC4,最大外 径135.16mm,叶根直径113.50mm; 涡轮的材料为铸造高温合金 K418,最大外径 110.32mm,叶根直径79.73mm。

对于叶轮部件,以叶根直径和整体质量,估算等价的转动惯量:

$$J_K = m_K \frac{D_K^2}{4}$$
  
= 672 ×  $\frac{113.50^2}{4}$  g · mm<sup>2</sup>  
 $\approx 2.16 \times 10^6$  g · mm<sup>2</sup> = 2.16 × 10<sup>-3</sup> kg · m<sup>2</sup>



$$J_T = m_T \frac{D_T^2}{4}$$
  
= 648 ×  $\frac{79.73^2}{4}$  g · mm<sup>2</sup>  
 $\approx 1.29 \times 10^6$  g · mm<sup>2</sup> = 1.29 × 10<sup>-3</sup> kg · m<sup>2</sup>

对于轴,由于其为空心且直径在14mm到20mm之间变化不均匀,估算以等价半径 $D_{\text{shaft}} = 17 \text{ mm考虑}$ 。

$$J_{\text{shaft}} = m_{\text{shaft}} \frac{D_{\text{shaft}}^2}{4}$$
  
= 415 ×  $\frac{17^2}{4}$  g · mm<sup>2</sup>  
 $\approx 3.00 \times 10^4$  g · mm<sup>2</sup> = 3.00 × 10<sup>-5</sup> kg · m<sup>2</sup>

最后计算得出转子的转动惯量:

$$J = J_K + J_T + J_{\text{shaft}} = 3.48 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

#### 4.2.1 调节涡轮前总温 $T_4^*$ 模拟单一减速过程

模拟发动机在高度H = 1000 m,以马赫数Ma = 0.4飞行工况下,经由调节涡轮前总温 $T_4^*$ 将转速 $n_H$ 从第 1 个稳态共同工作点的103678 RPM(100%额定转速)降低到第 2 个稳态共同工作点的98494 RPM(90%额定转速)的过程。

程序计算稳态共同工作点和介于以上 2 点之间的动态过程所使用的稳态和动态调节 规律数组,根据表格 4.2.1-1 赋值。即,在稳态共同工作点计算中以转速*n*<sub>H</sub>为主调节变 量,而在动态特性计算中以*T*<sub>4</sub>\*为主调节变量。在两种情况下,都以*f*<sub>Burner</sub>为非自由变 量。其余赋值大于 0 的变量为试取变量。



#### 表格 4.2.1-1 选定的调节规律数组

序号	4	7	12	13	16	22
符号	$n_H$	$\pi^*_{ m KH}$	$f_{ m Burner}$	$T_{4}^{*}$	$\pi^*_{ m TH}$	$A_8$
稳态调节规律赋值	0	2	-1	3	1	0
动态调节规律赋值	3	2	-1	0	1	0

计算得出的 2 个稳态共同工作点的部分参数如表格 4.2.1-2 所示。

表格 4.2.1-2 稳态共同工作点部分参数列表

参数 序号	$n_H/\mathrm{RPM}$	$\pi^*_{ m KH}$	$T_4^*/\mathrm{K}$	$\pi^*_{ m TH}$
1	103678	2.9711	1251.9	1.60715
2	98494	2.6903	1172.5	1.60630

动态过程计算中,使用时间步长 $\Delta t = 1.0$  s,涡轮前总温 $T_4^*$ 的调节速率设定为 10 K/s。 $T_4^*$ 随时间的调节计划如图 4.2.1-1 所示。



图 4.2.1-1 涡轮前总温随时间的调节计划



为了便于比较发动机各参数对 $T_4^*$ 这一调节计划的响应,希望能在以下反映发动机各参数随时间的变化的图中,仍然绘出 $T_4^*$ 的变化趋势。为此,将离散点列 $(t, T_4^*)^{(i)}$ 在纵轴方向进行压缩,化为 $T_4^*$ 的相对增量和时间t的曲线,对应于图右侧百分比坐标轴用虚线进行绘制。 $T_4^*$ 的相对增量定义为:

$$\delta T_4^* = \frac{T_4^* - \min\{T_4^{*(i)}\}}{\max\{T_4^{*(i)}\} - \min\{T_4^{*(i)}\}} \times 100\%$$

其中max{...}和min{...}记号分别表示取一个数列中的最大和最小值。这样就得到了用百分比显示的T<sub>4</sub>随时间的变化趋势。

转速 $n_H$ 的时间响应如图 4.2.1-2 所示。压气机进口流量 $m_K$ 的时间响应如图 4.2.1-3 所示。燃烧室功率 $P_{\text{Burner}}$ 的时间响应如图 4.2.1-4 所示。



图 4.2.1-2 转速的时间响应















可以看出,涡轮前温度 $T_4^*$ 在第 7 秒调节完毕。但是转子转速 $n_H$ 因为转子的惯性不能立刻下降,大约有 15 秒左右的延迟时间。这一延迟的数量级对于这类微型涡喷发动



机而言,是与常规的经验数据相符的。

#### 4.2.2 调节涡轮前总温 $T_4^*$ 模拟地面试车

连续模拟地面试车工况(H = 0 m, Ma = 0.05)下发动机由100130 RPM(96.6% 额定转速)经几步加速到112830 RPM(108.8%额定转速)随后减速的过程。

选定 13 个稳态共同工作点,计算各稳态共同工作点和各点之间的动态过程,仍采用 表格 4.2.1-1 所选定的调节规律。各稳态共同工作点的转速如表格 4.2.2-1。

#### 表格 4.2.2-1 选定稳态共同工作点转速

点	1	2	3	4	5	6	7
转速/RPM	100130	100130	104330	104330	108530	108530	112830
点	8	9	10	11	12	13	_
转速/RPM	112830	108530	108530	104330	104330	100130	_

经过稳态计算,首先解出各稳态共同工作点的部分参数如表格 4.2.2-2。

表格 4.2.2-2 稳态共同工作点部分参数列表

参数 序号	$n_H/\mathrm{RPM}$	$\pi^*_{ m KH}$	$T_4^*/\mathrm{K}$	$\pi^*_{ m TH}$
1	100130	2.8295	1201.7	1.60238
2	100130	2.8297	1201.8	1.60232
3	104330	3.0172	1256.8	1.60654
4	104330	3.0172	1256.8	1.60654
5	108530	3.1689	1325.5	1.60724
6	108530	3.1689	1325.5	1.60724
7	112830	3.3472	1417.5	1.60718
8	112830	3.3472	1417.5	1.60718
9	108530	3.1690	1325.5	1.60722
10	108530	3.1690	1325.6	1.60720
11	104330	3.0175	1257.4	1.60624
12	104330	3.0179	1258.0	1.60593
13	100130	2.8377	1204.8	1.59981





图 4.2.2-1 涡轮前总温随时间的调节计划

转速 $n_H$ 的时间响应如图 4.2.2-2。压气机进口流量 $m_K$ 的时间响应如图 4.2.2-3。燃烧室功率 $P_{\text{Burner}}$ 的时间响应如图 4.2.2-4。



图 4.2.2-2 转速的时间响应





图 4.2.2-3 压气机进口流量的时间响应



图 4.2.2-4 燃烧室功率的时间响应

可以看出,根据T<sub>4</sub>随时间的连续上升和下降的调节计划,程序可以完成对转速上升 和下降的过程的连续动态计算。



此外,注意到在转速*n<sub>H</sub>*从108530 RPM上升到最高和从最高的112830 RPM下降 到108530 RPM的过程中,压气机进口流量*m<sub>K</sub>*并非随时间单调减小,而是体现出先快 速增大后减小接近稳态值的变化特点。这一变化显示,程序所基于的部件法数学模型是 有效的,真实地反映实际发动机部件在动态过程中体现的特性。

#### 4.2.3 考虑容积效应与否的比较

为了比较考虑和不考虑容积效应在发动机动态过程模拟中的影响,利用同 4.2.1 节 一致的输入,但将程序中所添加的压气机和燃烧室容积效应动态项删去,重新运行程序, 将结果与 4.2.1 一节进行比较。为了篇幅起见,只选择前 24 秒内的点进行比较。



图 4.2.3-1 考虑容积效应与否对转速响应的影响比较

图 4.2.3-1 用两种点分别标记考虑和不考虑容积效应对转速响应结果的影响。表格 4.2.3-1 列出两种计算下的转速*n*<sub>H</sub>随时间变化的具体数值。可以看出,对于这一微型涡 喷发动机,容积效应的有无对于转速响应几乎没有影响,两种情况下转速响应曲线几乎 重合。由于转速*n*<sub>H</sub>的时间响应在有无容腔效应的两种情况下都极为接近,可以推知, 发动机其他参数的时间响应,在两种情况下也应当是极为接近的。



时间/s	n <sub>H</sub> ,考虑容积效应时	n <sub>H</sub> ,不考虑容积效应时	差值
1	103615.60	103615.60	0.00
2	103496.30	103496.20	0.10
3	103325.30	103325.20	0.10
4	103107.50	103107.40	0.10
5	102848.00	102847.90	0.10
6	102544.90	102544.60	0.30
7	102200.60	102200.20	0.40
8	101827.10	101826.60	0.50
9	101490.60	101490.10	0.50
10	101188.10	101187.60	0.50
11	100916.40	100915.80	0.60
12	100672.40	100672.00	0.40
13	100453.70	100453.30	0.40
14	100257.70	100257.40	0.30
15	100082.20	100081.80	0.40
16	99924.97	99924.60	0.37
17	99784.16	99783.70	0.46
18	99658.15	99657.56	0.59
19	99545.06	99544.70	0.36
20	99443.97	99443.63	0.34
21	99353.82	99353.38	0.44
22	99272.79	99272.38	0.41
23	99200.23	99200.23	0.00
24	99135.33	99135.37	-0.04

表格 4.2.3-1 考虑容积效应与否对转速响应的影响比较

值得一提的是,这一结论不一定对于所有形式和尺寸的发动机都成立。本算例中的 微型涡喷发动机,燃烧室的容积只有2.9 × 10<sup>-3</sup> m<sup>3</sup>,其容积效应所导致的流量不平衡 量极为有限,远远小于动态过程中转子释放功率对压气机和涡轮功率平衡方程的影响。 对于更大尺寸的涡轮类发动机,以及具有多轴多涵道的发动机,并不排除容腔效应起更 显著作用的可能。



# 结 论

论文通过对发动机部件法数学模型的功能扩充性改进,实现了计算单轴涡喷发动机 动态特性的功能。这一在牛顿-拉普逊迭代法所用的不平衡残差向量上补充转动惯性力 项、压气机容积项和燃烧室容积项的修改,经过对程序的实际运行结果的分析,被证实 是可行的。

以一台 50kgN 推力的微型单轴涡喷发动机为例,用三个算例进行了计算。结果表明, 在所输入的油门杆(或总温)的动态调节计划下,新程序可以完满完成单一转速变化和 连续的转速上升和转速下降的动态计算,时间延迟的量级符合常规数据。以单一减速过 程为例,证实了对于这一型号的微型涡喷发动机,容积效应的考虑与否对动态特性的计 算结果的影响十分微小。



### 致 谢

首先诚挚地感谢指导教师单鹏教授在课题研究的全部过程中给予的悉心教导。老师 不辞辛苦的讲解,让我受益匪浅。而老师严谨的学问、一丝不苟的作风和高度的责任心, 更是我终生学习的典范。

十分感谢孟斐学长在课题研究中自始至终给予的大力帮助,为我解答疑惑。学长的 参与,使得课题研究中的每一次讨论都富有价值。

感谢王曦教授,在课题研究最关键的时候指出我的错误,使我及时改正,让这一研 究顺利进行。

感谢我的同学陈宇竹,在自己繁忙的课题研究之余,担任班长,及时通知我重要的 事宜。感谢同学和好友韩冲、吴思诚、韩雨晨等的帮助和陪伴,让这一个学期的忙碌生 活丰富多彩。

同时,向在各自的岗位上为北京航空航天大学的运作朝夕忙碌,为研究工作提供便利的条件,营造良好的学习和工作氛围的各位员工致敬。

最后,感谢无时无刻地支持我、鼓励我的亲人们。



# 参考文献

- [1] McKinney J S. SIMULATION OF TURBOFAN ENGINE. PART 1. DESCRIPTION OF METHOD AND BALANCING TECHNIQUE[R]. AFAPL-TR-67-125-pt-1, Air Force Aero Propulsion Lab, AD-825197, 1967.
- [2] Koenig R W, Fishbach L H. GENENG A program for Calculating Design and off-Design Performance for Turbojet and Turbofan engines[J]. NASA TN D-6552, 1972.
- [3] Fishbach L H, Koenig R W. GENENG II A program for calculating design and off-design performance of two-and three-spool turbofans with as many as three nozzles[J]. NASA TN D-6553, 1972.
- [4] 黄家骅, 冯国泰. 航空发动机特性仿真技术的进展与展望[J]. 推进技术, 2002, 23(4): 346-351.
- [5] Sellers J F, Daniele C J. DYNGEN: A program for calculating steady-state and transient performance of turbojet and turbofan engines[J]. NASA TN D-7901, April 1975.
- [6] 单鹏, 兰可, 谢胜百, 孟斐. 多变量多轴多涵道涡喷/涡桨/涡轴推进系统内流特性部件法通用数学模型 SEnPer 程序说明书[Z]. 北京航空航天大学能源与动力工程学院流体与声学工程实验室, 1992.
- [7] 陈大光,张津.飞机--发动机性能匹配与优化[M].北京航空航天大学出版社, 1990:120.
- [8] 廉筱纯, 吴虎. 航空发动机原理[M]. 西北工业大学出版社, 2005:325.